

---

**Topologia**

Syksy 2010

Harjoitus 10

---

- (1) Olkoon  $X$  joukko ja  $(Y, d)$  metrinen. Olkoon  $F$  kaikkien rajoitettujen kuvausten  $f : X \rightarrow Y$  joukko. Oletetaan tiedetyksi (vertaa harj. 8 teht. 3), että

$$d_1(f, g) = \sup\{d(f(x), g(x)) \mid x \in X\}$$

on metriikka  $F$ :ssä. Osoita, että  $F$  on täydellinen, jos  $Y$  on täydellinen.

- (2) Avaruuden  $X$  osajoukko  $A$  on *harva*, jos  $\text{int } \bar{A} = \emptyset$ , ja *laiha*, jos se on numeroituva yhdiste harvoista joukoista.

(a) Anna esimerkki laihasta joukosta  $A \subset \mathbb{R}^1$ , joka ei ole harva.

(b) Osoita, että laihojen joukkojen numeroituva yhdiste on laiha.

- (3) Osoita, että jos  $X$  on täydellinen metrinen avaruus ja  $A \subset X$  laiha, niin  $\text{int } A = \emptyset$ .

- (4) Osoita että irrationaalilukujen joukko  $\mathbb{R}^1$ :ssä on  $F_\delta$ , mutta ei ole  $G_\sigma$ .

Kurssin loppupuolen aikataulusta:

- ma 22.11. alkavalla viikolla ei ole luentoja. 10. harjoitukset normaalisti.
- ma 29.11. alkavalla viikolla on luennot normaalisti; mahdollisesti myös ylimääräisiä luentoja. 11. harjoitukset ovat myöhemmin (ehkä sen viikon luennoilla?) sovittavana aikana loppuviikosta, ja niiden harjoituslappu tulee luultavasti jakoon vasta saman viikon maanantaina.
- ma 6.12. alkavalla viikolla on luennot normaalisti; luultavasti myös ylimääräisiä luentoja. 12. harjoitukset normaalisti.
- ma 13.12. alkavalla viikolla on välikoe luento-aikaan maanantaina tai tiistaina; kurssi loppuu siihen.