

---

## Topologia

Syksy 2010

Harjoitus 2

---

- (1) Aseta seuraavat reaaliakselin  $\mathbb{R}^1$  topologiat karkeusjärjestykseen.  
 $T_1 = \{\emptyset, \mathbb{R}^1\}$   
 $T_2$  : kaikista  $\mathbb{R}^1$ :n osajoukoista muodostuva topologia  
 $T_3$  : reaaliakselin tavallinen topologia (eli avoimet välit  $(a, b)$  ja niiden yhdisteet)  
 $T_4$  : 1. harj. 2. teht. topologia
- (2) Osoita kuvaus  $f(x) = x$ ,  $f : \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ , tavalliselta topologialta  $(a, \infty)$ -topologialle (harj. 1 teht. 4), jatkuvaksi.
- (3) Onko edellisen tehtävän kuvauksen  $f$  käänteiskuvaus  $f^{-1}$  jatkuva? Onko  $f$  homeomorfismi? Onko  $f$  suljettu? Onko  $f$  avoin?
- (4) Olkoon  $f : (X, T) \rightarrow (Y, T')$  jatkuva, ja olkoon  $T \subset T_1$  ja  $T'_1 \subset T'$ . Osoita, että  $f : (X, T_1) \rightarrow (Y, T'_1)$  on jatkuva.
- (5) Osoita, että  $\overline{B}^n \approx I^n$  konstruoimalla jokin niiden välinen homeomorfismi.

Tässä  $B^n$  on  $n$ -ulotteinen yksikkökuula, jonka sulkeuma on

$$\overline{B}^n = \{x \in \mathbb{R}^n \mid |x| \leq 1\},$$

ja  $I^n$  on  $n$ -ulotteinen yksikkökuutio,

$$I^n = \{x \in \mathbb{R}^n \mid 0 \leq x_i \leq 1 \text{ kaikilla } i = 1, \dots, n\}.$$