
Topologia

Syksy 2010

Harjoitus 3

(1) Osoita, että projektio $P_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^1$, $P_1(x, y) = x$, on avoin muttei suljettu kuvaus.

(2) Osoita funktion $f(x) = x \sin x$ avulla, ettei Lauseen 2.6 vastine esikannoille ole tosi.

Lause. Olkoot X ja Y avaruuksia, $f : X \rightarrow Y$ ja \underline{B} X :n kanta. Jos $f(B)$ on avoin kaikilla $B \in \underline{B}$, niin f on avoin.

(3) Millaisia avoimia joukkoja kuuluu (a, ∞) -topologian joukossa $[0, 1]$ määräämään relatiivitopologiaan? Mitä on $\overline{\{0\}}$ tässä topologiassa? Entä $\overline{\{0, 1\}}$?

(4) Todista tarkasti Seuraus 3.8.

Seuraus. Olkoon (X, T) avaruus ja $A \subset B \subset X$. Tällöin $T|_A = (T|_B)|_A$.

(5) Todista Lause 3.10.

Lause. Olkoon $f_j : X \rightarrow Y_j$, $j \in J$, ja $g_{jk} : Y_j \rightarrow Z_{jk}$, $k \in K_j$. Olkoot Z_{jk} avaruuksia, jolloin perhe $(g_{jk})_{k \in K_j}$ indusoi Y_j :hin topologian T_j , ja perhe $(f_j)_{j \in J}$ näistä X :ään topologian T . Tällöin T on sama kuin perheen $(g_{jk}f_j)_{j \in J, k \in K_j}$ indusoima X :n topologia.