
Topologia

Syksy 2010

Harjoitus 4

- (1) Keksi funktio f ja suljetut välit $A_i \subset \mathbb{R}^1$, $i = 1, 2, \dots$ siten, että $f : \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$, $f|_{A_i}$ on jatkuva jokaisella $i \in \mathbb{N}$, $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = \mathbb{R}^1$, ja $f : \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^1$ ei ole jatkuva.
- (2) Olkoon $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$. Minkä topologian maalipuolen (a, ∞) -topologia indusoi?
- (3) Näytä: Kokonaisluvut $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$ ovat diskreetti joukko. Rationaaliluvut $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ eivät ole diskreetti joukko.

(Käytetään tavallista topologiaa. Joukko A on diskreetti mikäli sen jokaiselle pisteelle x löytyy avoin joukko B siten, että $A \cap B = \{x\}$.)
- (4) Olkoon $f : X \rightarrow Y$ ja olkoon Y avaruus. Käytetään joukossa X kuvauksen f indusoimaa topologiaa. Osoita, että funktio $f : X \rightarrow f(X)$ on avoin.
- (5) Olkoon $A = \{a, b\}$ diskreetillä topologialla varustettu avaruus. Anna kaksi joukon $A^{\mathbb{N}}$ alkiota, ja yksi avoin joukko $B \in A^{\mathbb{N}}$.
- (6) Olkoon X avaruus, $A \subset B \subset X$ ja A tiheä B :ssä. Osoita, että A on tiheä \overline{B} :ssa.