Topologia
Syksy 2010
Harjoitus 6

---

(1) Keksi kuvaukset $f_i : \{1,2,3,4\} \to \{1,2,3\}$ ja tarpeelliset topologiat siten, että
   (a) f_1 koindusoi topologian $\{\emptyset, \{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\}\}$, ja
   (b) f_2 on samaistuskuvaus.

(2) Olkoon R kokonaisluvuille määritelty ekvivalenssirelaatio siten, että xRy jos ja vain jos $x^2 = y^2$.
   (a) Määrää ekvivalenssiluokka $p(x)$ jokaiselle $x \in \mathbb{Z}$, ja määrää $\mathbb{Z}/R$.
   (b) Määrää sellainen $\mathbb{Z}$:n ositus $\mathbb{Z}/S$ joka erottaa parilliset positiiviset, parittomat positiiviset, parilliset negatiiviset, parittomat negatiiviset ja muut luvut toisistaan. Hahmottele näitä joukkoja lukusuoralle.

(3) Keksi jokin luonnollisten lukujen ositus, ja määrää sen määrittämä tekijäavaruus. (Jos se on tarpeen, voit käyttää luonnollisille luvuille diskreettiä topologiaa, (a, ∞)-topologian rajoittumaa, tai jotain muuta ei-triviaalia topologiaa.)

(4) Olkoon (X, T) avaruus, ja olkoon $\underline{A}$ kokoelma X:n osajoukkoja. Tällöin inkluusiot $i_A : A \to X$, $A \in \underline{A}$, koindusoivat X:n topologian T_1, jota sanotaan X:n $\underline{A}$:n kanssa *koherentiksi* topologiaksi. Osoita että $T \subset T_1$.

(5) Osoita edellisen tehtävän tapauksessa että $T\,|_A = T_1\,|_A$ kaikilla $A \in \underline{A}$.

(6) Osoita tehtävän 4 tapauksessa, että jos $\underline{A}$ on X:n peite (eli $\bigcup_{A \in \underline{A}} A = X$) ja $\underline{A}$:n jäsenet ovat avoimia, niin $T = T_1$.