
Topologia

Syksy 2010

Harjoitus 8

- (1) Avaruuden X *suspensio* $S(X)$ on avaruus $(X \times [-1, 1])/R$, missä R :n luokkia ovat $X \times \{1\}$, $X \times \{-1\}$, ja yksiöt $\{a\}$ kun $a \in X \times (-1, 1)$.

a) Osoita, että $S(S^{n-1}) \approx S^n$.

b) Hahmottele a-kohdan merkitystä kun $n = 1$ ja kun $n = 2$.

Tässä S^{n-1} on n -ulotteinen yksikköpallo,

$$S^{n-1} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid |x| = 1\}.$$

Vihje: Edellisten harjoitusten tehtävä 3.

- (2) Osoita, että tekijäryhmän

$$\mathbb{R}/\mathbb{Q} = \{ \{x + q \mid q \in \mathbb{Q}\} \mid x \in \mathbb{R} \}$$

tekijätopologia on minitopologia. (Minitopologia koostuu tyhjistä joukosta ja kaikkien alkioiden muodostamasta joukosta.)

- (3) Olkoon X jatkuvien funktioiden $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ joukko. Todista, että $d(f, g) = \sup\{|f(x) - g(x)| \mid x \in \mathbb{R}\}$ on pseudometriikka joukossa X . Onko se metriikka?