
Topologia

Syksy 2010

Harjoitus 9

- (1) Avaruuden X osajoukko A on G_δ -joukko, jos se on numeroituva leikkaus avoimista joukoista ja F_σ -joukko, jos se on numeroituva yhdiste suljetuista joukoista. Osoita, että metristyvässä avaruudessa jokainen suljettu joukko on G_δ , ja avoin joukko F_σ .

Vihje: Tarkastele joukkoja

$$\{x \in X \mid d(x, A) < 1/n\}.$$

Tässä $d(x, A)$ on ”pisteen x ja joukon A etäisyys metriikan d mielessä”, eli $d(x, A) = \inf_{y \in A} d(x, y)$.

- (2) Olkoon X metristyvä, $A \subset X$ ja $x \in \bar{A}$. Osoita, että on olemassa A :n pistejono, joka suppenee kohti x :ää.

Näiden tehtävien lisäksi käydään läpi välikoetehtävät. (Niitä ei tarvitse tehdä uudestaan, valmistella etukäteen, tms.)