Algebra, syksy 1999

Kotitehtävät 6 (palautettava to 28.10.1999 klo 14 mennessä)

Ilmoituksia.
Testin 1 tehtävän 4b) ratkaisu demopaperissa 5 oli valitettavasti väärin!

Tehtävät 1 ja 2 ovat samoja kuin edellisten tehtävät 7 ja 8.

---

1. Muodosta ryhmän $(\mathbf{Z}_7 \setminus \{0\}, *_7)$ laskutoimitustaulukko. Mitä ovat 2^{-1} ja 5^{-1}?

2. Todista, että $(\mathbf{R} \setminus \{0\}) \times \mathbf{R}$ ja laskutoimitus $*$,

$$(a, b) * (c, d) := (ac, bc + d)$$

muodostavat ryhmän. Onko se Abelin ryhmä?

3. Miten voidaan helposti määrätä ilman laskinta/tietokonetta permutaation p käänteispermutaatio p^{-1}?
Mikä on esimerkiksi $[2, 5, 3, 6, 1, 4]^{-1}$?

4. Todista Lauseen 5.14 kohdat 1 ja 2:

$$\begin{array}{lrcl} 1. & a^n \circ a^k & = & a^{n+k} \\ 2. & (a^n)^k & = & a^{nk} \end{array}$$

5. Lue luentomonisteen sivut 45-48 (Ryhmien lukumäärästä). Etsi kaikki kertalukua 3 olevat erilaiset ryhmät. Perustele vastauksesi.

6. Laske
a) 5^{-3} ryhmässä $(\mathbf{Z}_8, +_8)$,
b) $[2, 3, 4, 1]^2$ ja $[1, 3, 2, 4]^{-2}$ ryhmässä S_4,
c) R_{270}^{-36} ryhmässä D_4.

7. Ratkaise yhtälö

$$x *_{13} 3 = 8$$

ryhmässä $(\mathbf{Z}_{13} \setminus \{0\}, *_{13})$.

8. Ratkaise yhtälö

$$23 = -_{27}(2x) +_{27} 24$$

ryhmässä $(\mathbf{Z}_{27}, +_{27})$. *Huomaa, että $-_{27}(2x)$ tarkoittaa monikerran $2x = x +_{27} x$ vasta-alkiota kyseisessä ryhmässä!*