Algebra

1. välikoe 15.11.1999

1. Ratkaise kokonaislukujen kongruenssiyhtälö

$$72x \equiv 30 \pmod{34}.$$

2. Selvitä mitkä ryhmään liittyvät laskutoimituksen ominaisuudet ovat voimassa nelialkioisen joukon $\{a, b, c, d\}$ operaatiolle $*$, jonka laskutaulukko on seuraava

$*$	a	b	c	d
a	b	d	a	c
b	c	a	b	d
c	a	b	c	d
d	d	c	d	a

3. Olkoon $(G, \circ)$ ryhmä ja oletetaan, että

$$(a \circ b)^2 = a^2 \circ b^2$$

kaikilla a, $b \in G$. Todista $(G, \circ)$ Abelin ryhmäksi.

4. Tarkastellaan ryhmää $(\mathbf{Z}_{17} \setminus \{0\}, *_{17})$.
a) Selvitä mitä aliryhmiä sillä on.
b) Selvitä syklisten aliryhmien virittäjät.