Algebra

2. välikoe 17.12.1999

1. Selvitä lyhyesti mutta täsmällisesti, mitä tarkoitetaan algebrassa käsitteillä
a) kanoninen (ryhmä)homomorfismi.
b) renkaan ideaali.

2. Ratkaise tekijäryhmässä $\mathbf{Z}_{20}/\langle 5\rangle$ yhtälö

$$x + \{7, 2, 12, 17\} = \{1, 11, 6, 16\}.$$

3. Selvitä *perustellen*, ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia:
a) Jos f on homomorfismi ryhmältä G ryhmälle G', niin aliryhmän A kuvajoukon alkukuvajoukko on aliryhmä, jolla on aliryhmänä A.
b) Alirenkaassa ei voi olla eri ykkösalkio kuin itse renkaassa.

4. Osoita, että modulo-laskutoimitusrenkaassa $(\mathbf{Z}_k, +_k, *_k)$ ei ole nollantekijöitä täsmälleen silloin, kun k on alkuluku.