Algebra, testi 1, 12.10.1999

Nimi: ______________________________

Merkitse kunkin kohdan vasemmalle puolelle T (= tosi) tai E (= epätosi).

1. Mitkä ovat totta?
   - (a) $-27 \bmod 4 = 3$
   - (b) $(3k^2 - k + 2) \bmod k = 2$, kun $k \geq 3$
   - (c) $\mathrm{syt}(90, 108) = 9$
   - (d) $\mathrm{syt}(2n, 2n+3)$ ei koskaan voi olla 5
2. Tiedetään, että $a - 2 \equiv b \pmod{m}$. Silloin
   - (a) $(b+2) \equiv a \pmod{m}$.
   - (b) $m \mid (b - a + 2)$.
   - (c) $m \mid (a - b - 2)$.
   - (d) $a^2 - 4 \equiv b^2 \pmod{m}$.
3. Tarkastellaan kongruenssiluokkia modulo m. Jos $k \in [a]$, niin
   - (a) $[a] = [a + k]$.
   - (b) $[a] = [a + m]$.
   - (c) $a \bmod m = k \bmod m$.
   - (d) $k + m \equiv a \pmod{m}$.
4. Olkoon p alkuluku. Silloin
   - (a) kaikille $a \in \mathbf{N}$ pätee $a \nmid p$.
   - (b) jos $p \mid 7a$, niin $p \mid a$.
   - (c) $\mathrm{syt}(p, a)$ on p tai 1 kaikille $a \in \mathbf{Z}$.
   - (d) jos $\mathrm{syt}(p, a) = p$, niin kongruenssiyhtälöllä $ax \equiv b \pmod{p}$ ei ole lainkaan ratkaisuja.
5. Seuraavat operaatiot $\circ$ ovat laskutoimituksia esiintyvässä joukossa:
   - (a) Joukko $\mathbf{N}$, operaatio $a \circ b := 2a - b$
   - (b) Joukko $\mathbf{N} \cup \{0\}$, operaatio $a \circ b := (2a - b) \bmod 3$
   - (c) Joukko $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, operaatio $a \circ b := \min(a, b)$
   - (d) Joukko $\{2, 3, 4, 5, 6\}$, operaatio $a \circ b := \mathrm{syt}(a, b)$
6. Seuraavat operaatiot $\circ$ ovat liitännäisiä esiintyvässä joukossa:
   - (a) Joukko $\mathbf{Z}$, operaatio $a \circ b := ab + a + b$
   - (b) Joukko $\mathbf{Z}$, operaatio $a \circ b := 2a + b$
   - (c) Joukko $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, operaatio $a \circ b := \max(a, b)$
   - (d) Joukko $\{1, 2, 3, 4\}$, operaatio $a \circ b := \mathrm{syt}(a, b)$.