

# Analyysi I

## Harjoitus 1/2002

Ohessa  $x$  ja  $y$  ovat reaalilukuja.

1. Kaava

$$x^n - y^n = (x - y) \sum_{i=1}^n x^{n-i} y^{i-1}$$

pätee kaikilla  $x, y \in \mathbf{R}$  ja  $n \in \mathbf{N}$ . Totea väitteen paikkansa pitävyys arvoilla  $n = 3$  ja  $n = 4$ .

2. Tutki, millä arvoilla  $x$  seuraavat lausekkeet ovat ei-negatiivisia:

(a)  $\frac{x^2 + 3}{x^2} - \frac{x + 3}{x}$ ,

(b)  $\frac{1}{x - 2} - \frac{1}{x} - \frac{2}{x(x - 2)}$ ,

(c)  $\frac{1}{x - 2} - \frac{2}{x} - \frac{2}{x(x - 2)}$ .

3. Kirjoita seuraavat lausekkeet ilman itseisarvoja paloittain määriteltynä:

(a)  $|-2x^2 + x + 3|$ ,

(b)  $|x - 3| + |x - 4|$ .

4. Ratkaise epäyhtälö  $\sqrt{x + 4} > 2x + 2$ .

5. Osoita, että kaikilla  $x, y$  pätee  $|xy| = |x||y|$ .

6. Ratkaise epäyhtälö

$$\frac{|2x + 1|}{|x - 1|} < 2.$$

7. Osoita Tehtävän 1 ja kolmioepäyhtälön avulla: Jos  $|x - \frac{1}{2}| < \frac{1}{100}$ , niin  $|x^3 - \frac{1}{8}| < \frac{1}{50}$ .