

Analyysi I

Harjoitus 10/2002

1. Määrää raja-arvot

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 3x},$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2+x)}{x^2+x}.$

2. Määrää raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\tan x - \sin x}.$$

(Vihje! Kannattaa ottaa termi $\frac{x}{\sin x}$ erikseen ja tarkastella jäljelle jäävää osaa).

3. Johda sinin ja kosinin vähennyslaskukaavat

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y,$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y,$$

luentojen tulosten avulla.

4. Johda komplementtisäännöt

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

ja

$$\cot x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right).$$

5. Osoita Lauseen 4.1.2 avulla, että

$$D \cos x = -\sin x$$

kaikilla $x \in \mathbf{R}$.

6. Osoita, että kotangenti \cot on bijektio väliltä $]0, \pi[$ joukkoon \mathbf{R} .

7. Ilmaise $\sin 2x$ ja $\cos 3x$ funktioiden $\sin x$ ja $\cos x$ avulla.