

Analyysi I
Harjoitus 11/2002

1. Olkoon $n \in \mathbf{N}$ ja $a > 0$. Osoita, että yhtälöllä

$$x^n = a$$

on täsmälleen yksi ratkaisu $x \geq 0$.

2. Olkoon

$$f(x) = (2 + \sin 3x)^{\sqrt{2}}.$$

Ratkaise yhtälö $f'(x) = 0$.

3. Olkoon $\alpha < 0$. Tutki derivaatan avulla, millä välillä funktio

$$f(x) = x^\alpha \ln x$$

on aidosti kasvava.

4. Olkoon

$$f(x) = (x^2)^{x^3}.$$

Tutki, millä välillä f on aidosti vähenevä.

5. Ratkaise epäyhtälö

$$e^x - \frac{3}{e^x} + 2 > 0.$$

6. Ratkaise epäyhtälö

$$\frac{e^{-x} - 3}{1 - e^x} \geq 0.$$

7. Ratkaise epäyhtälö

(i) $\ln(x + 1) - 2\ln(x - 1) < 0$,

(ii) $\ln x + \ln(x - 1) \leq 1$.