

Analyysi I
Harjoitus 13/2002

1. Määrää yleinen termi x_n seuraaville jonoille:

(i) $-3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots,$

(ii) $-1, 4, -9, 16, -25, 36, \dots,$

(iii) $1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots$

2. Osoita jonon raja-arvon määritelmällä: Jos $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \in \mathbf{R}$ ja $c \in \mathbf{R}$, niin

$$\lim_{n \rightarrow \infty} cx_n = cx.$$

3. Osoita jonon raja-arvon määritelmällä: Jos $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ ja jono (y_n) on rajoitettu, niin

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0.$$

4. Osoita jonon raja-arvon määritelmällä: Jos $|x| < 1$, niin $\lim_{n \rightarrow \infty} x^n = 0$. (Vihje! Valitse $0 < \varepsilon < 1$ ja ota ehdosta $|x^n - 0| < \varepsilon$ logaritmi puolittain).

5. Määrää raja-arvot

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - n - 3}{n(n-2)},$

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n}{n^3}.$

6. Määrää raja-arvo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + \frac{1}{n}} - \sqrt{n + 2}.$$

7. Määrää raja-arvo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{e^n}{e^n + \sin n} \right) \frac{1}{n^{\frac{3}{8}}}.$$

Huom! Torstain 12.12 demoryhmiä ei pidetä. Ne korvataan ylimääräisellä demoryhmällä tiistaina 10.12 klo 12-15 (M13) (3:s kerros). Tiistain ja keskiviikon neljä ryhmää pidetään normaaliin tapaan. Demoja 14 ei pidetä!