Analyysi I
Harjoitus 4/2002

1. Osoita: Jos $|x - \frac{1}{2}| < 10^{-2}$, niin $|x^2 - \frac{1}{4}| < \frac{3}{2} \cdot 10^{-2}$.

2. Osoita: Jos $|x - 4| < 10^{-4}$, niin $|x^3 + 2x^2 - (4^3 + 2 \cdot 4^2)| < 10^{-2}$.

3. Osoita: Jos $0 < \varepsilon < 1$ ja $|x - 2| < 2\varepsilon$, niin

$$\left|\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right| < \varepsilon.$$

4. Olkoon $0 < \varepsilon < 1$ ja $|x - 3| < \varepsilon$. Tutki, kuinka suuri korkeintaan on

$$\left|\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{2 \cdot 3 + 1}\right|$$

luvun ε avulla ilmaistuna.

5. Osoita: Jos $0 < \varepsilon < 1$ ja $|x + 2| < 10^{-2}\varepsilon$, niin

$$\left|\frac{1}{3x+5} + 1\right| < 10^{-1}\varepsilon.$$

(Vihje! Kirjoita $1 = -\frac{1}{3\cdot(-2)+5}$.)

6. Osoita ε, δ-määritelmää käyttäen, että

$$\lim_{x \to -5} \frac{1}{2x+1} = -\frac{1}{9}.$$

7. Osoita ε, δ-määritelmää käyttäen, että

$$\lim_{x \to 0} x^{\frac{3}{2}} = 0.$$