Analyysi I
Harjoitus 6/2002

1. Olkoon $a \in \mathbf{R}$. Osoita Lauseen 2.3.2 avulla, että

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = a$$

jos ja vain jos

$$\lim_{x \to x_0} (f(x) - a) = 0.$$

2. Olkoot $a, b \in \mathbf{R}$. Määrää

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x+a} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+b} - \sqrt{x}}.$$

3. Olkoon $n \in \mathbf{N}$. Osoita raja-arvon määritelmää käyttäen, että

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x^n} = 0.$$

4. Määrää

(a) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{2x^3 + x^2 + 5}{5x^3 + x + 1}$,

(b) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{3x^4 + x^2 + x}{5x^5 + x^3 + 2x^2}$.

5. Määrää

$$\lim_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}).$$

6. Määrää

$$\lim_{x \to \infty} \frac{(1 + \frac{1}{x})^2 - 1}{(1 + \frac{1}{x})^3 - 1}.$$

7. Määrää

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} \sin(\frac{x}{x+1}).$$