

## Analyysi I

### Harjoitus 9/2002

1. Olkoon  $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$  ja olkoon  $g$  funktion  $f$  käänteisfunktio välillä  $] \frac{3}{4}, \infty[$ . Määrä  $g(5)$  ja  $g'(5)$ .

2. Olkoon

$$f(x) = \frac{1}{x^2},$$

missä  $x > 0$ . Määrä  $(f^{-1})'(4)$

- (i) etsimällä ensin käänteisfunktion  $f^{-1}$  yleinen lauseke,  
(ii) käyttämällä Lausetta 3.3.3 eli käänteisfunktion derivoimiskaavaa.

3. Perustele, miksi yhtälöllä

$$x^7 + 3x^5 + 2x^3 + x + 2 = 0$$

on korkeintaan yksi nollakohta.

4. Määrä  $c$  päätepisteiden  $a$  ja  $b$  funktiona, kun väliarvolausetta sovelletaan funktioon

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

välillä  $[a, b]$ , missä  $0 < a < b$ .

5. Todista integraalilaskennan väliarvolause: Oletetaan, että

- (i) funktio  $f$  on jatkuva välillä  $[a, b]$ ,  
(ii)  $f$  on derivoituva välillä  $]a, b[$ ,  
(iii)  $f'(x) = 0$  kaikilla  $x \in ]a, b[$ .

Tällöin  $f$  on vakio välillä  $[a, b]$ . (Vihje! Väliarvolause välillä  $[a, x]$ ,  $a < x \leq b$ .)

6. Määrä seuraavat raja-arvot L'Hospitalin säännön avulla:

- (i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x - 3}$ ,  
(ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x}$ ,  
(iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ .

7. Kumpi seuraavista päättelyistä on oikein?

- (i)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$ ,  
(ii)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2-3} = \frac{0}{6} = 0$ .

Perustele vastauksesi.