

Analyysi I
Harjoitus 1/2004

1. Kirjoita seuraavat funktiot ilman itseisarvoja paloittain määriteltynä ja hahmottele kuvaajan kulkua:

(a) $f(x) = |-x^2 + 3x - 2|$,

(b) $g(x) = |x - 3| + |x - 4|$.

2. Osoita itseisarvon määritelmää käyttäen, että kaikilla $x \in \mathbf{R}$ pätee

$$|x| = |-x| \quad \text{ja} \quad |x|^2 = x^2.$$

3. Osoita, että kaikilla $x, y \in \mathbf{R}$ pätee

(a) $|xy| = |x||y|$,

(b) $|\frac{x}{y}| = \frac{|x|}{|y|}$ jos lisäksi $y \neq 0$.

Vihje! Käytä hyväksi Lemma 1.1.1 ja Tehtävää 2.

4. Millä luonnollisilla luvuilla $n \in \mathbf{N}$ pätee

$$\frac{n+2}{n+1} < \frac{13}{11}?$$

5. Ratkaise epäyhtälö $\sqrt{x+4} > 2x+2$.

6. Ratkaise epäyhtälö

$$\frac{|2x+1|}{|x-1|} < 2.$$

7. Ratkaise epäyhtälö

$$|x-2| < |x^2-4|.$$