

Analyysi I
Harjoitus 6/2004

1. Olkoon $f : A \rightarrow B$ aidosti vähenevä. Osoita, että f on injektio.
2. Olkoon $f : A \rightarrow B$ aidosti vähenevä. Osoita, että $x < y$ jos ja vain jos $f(x) > f(y)$.

3. Ratkaise epäyhtälö

$$\sqrt[4]{x+1} < \sqrt[4]{2x-5}.$$

4. Olkoot $a, b, c, d \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ vakioita siten, että $ad - bc \neq 0$. Olkoon

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}, \quad x \neq -\frac{d}{c}.$$

Määrää f :n käänteiskuvas ja käänteiskuvauksen määrittelyjoukko.

5. Osoita, että kuvaus $f : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}_+$,

$$f(x) = \frac{2x^2+3}{5x},$$

ei ole injektio.

6. Olkoon

$$f(x) = \frac{2x^3+3}{4x^3+5},$$

missä $x \in \mathbf{R} \setminus \{\sqrt[3]{-\frac{5}{4}}\}$. Määrää f :n käänteiskuvas ja käänteiskuvauksen määrittelyjoukko.

7. Olkoot $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ja $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ bijektioita. Esitä yhdistetyn funktion

$$(g \circ f)(x) := g(f(x))$$

käänteiskuvas käänteiskuvausten f^{-1} ja g^{-1} avulla. (Vihje! Merkitse

$$y = (g \circ f)(x) = g(f(x))$$

ja ratkaise x käänteiskuvauksia f^{-1} ja g^{-1} käyttäen).