

**Analyysi I**  
**Harjoitus 7/2004**

1. Määrää jokin vakio  $M > 0$  siten, että

$$|x^5 - 32| \leq M|x - 2|$$

kaikilla  $x \in B'(2, 2)$ . Mikä raja-arvoväite arviosta seuraa?

2. Etsi jokin luku  $\delta > 0$  siten, että

$$|x^3 - 3| < \frac{1}{10}$$

kaikilla  $x$ ,  $0 < |x - \sqrt[3]{3}| < \delta$ . (Vihje! Rakenna ensin Tehtävän 1 tyyppiä oleva arvio.)

3. Määrää jokin vakio  $M > 0$  siten, että

$$\left| \frac{1}{x} - 3 \right| \leq M \left| x - \frac{1}{3} \right|$$

kaikilla  $x \in B'(\frac{1}{3}, \frac{1}{6})$ . Mikä raja-arvoväite arviosta seuraa?

4. Määrää raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 8}.$$

5. Olkoot  $a > 0$  ja  $b > 0$  vakioita. Määrää raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - \sqrt{b}}{x}.$$

6. Olkoot  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$  ja  $d > 0$  vakioita. Määrää raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - \sqrt{b}}{\sqrt{cx + d} - \sqrt{d}}.$$

7. Oletetaan, että  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$  ja  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b$ . Todista raja-arvon määritelmää käyttäen, että

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = a + b.$$

(Vihje! Katso mallia vastaavan jonoja koskevan tuloksen todistuksesta.)