

**Analyysi I**  
**Harjoitus 12/2004**

1. Todista kaavat

(a)  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ ,

(b)  $\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$ .

2. Osoita erotusosamäärän avulla, että  $D \cos x = -\sin x$  kaikilla  $x \in \mathbf{R}$ .

3. Määrä funktion  $f(x) = \sin^2 x \cos x$  suurin ja pienin arvo välillä  $[0, \pi]$ .

4. Ratkaise epäyhtälö  $1 + \sin 2x \geq \cos 2x$ .

5. Ratkaise epäyhtälö  $\tan x > \cot 2x$ .

6. Todista kaava

$$\cot t = \tan\left(\frac{\pi}{2} - t\right).$$

7. Määrä raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 x}.$$

8. Osoita, että

$$\sin(\arccos x) = \sqrt{1 - x^2}$$

kaikilla  $-1 \leq x \leq 1$ .