

**Analyysi I**  
**Harjoitus 13/2004**

1. Osoita, että

$$\overline{\text{arc}} \sin x + \overline{\text{arc}} \cos x = \frac{\pi}{2}$$

kaikilla  $x \in ]-1, 1[$  ja että

$$\overline{\text{arc}} \tan x + \overline{\text{arc}} \cot x = \frac{\pi}{2}$$

kaikilla  $x \in \mathbf{R}$ . (Vihje! Derivoi yhtälöt puolittain.)

2. Olkoon  $f : [-\frac{\pi}{2}, 0] \rightarrow \mathbf{R}$  kuvaus

$$f(x) = \cos x.$$

Määrä  $(f^{-1})'(\frac{1}{2})$ .

3. Ratkaise epäyhtälö

$$\frac{e^{-x} - 3}{1 - e^x} \geq 0.$$

4. Ratkaise epäyhtälö

$$\log x + \log(x - 1) \leq 1.$$

5. Osoita ääriarvo-ongelman avulla, että

$$\log(1 + x) \leq x$$

kaikilla  $x > -1$ .

6. Olkoon  $\alpha < 0$ . Tutki derivaatan avulla, millä välillä funktio

$$f(x) = x^\alpha \log x$$

on aidosti kasvava.

7. Määrä funktion

$$f(x) = (x^2)^{x^3}$$

lokaalit ääriarvot.