

Analyysi II
Harjoitus 10/2004

1. Määrää integraalifunktiot $\int f(x) dx$ seuraaville funktioille f niiden määrittelyjoukossa:

(a) $f(x) = \frac{1}{x} \log x$,

(b) $f(x) = x \cos x$,

(c) $f(x) = x^2 e^x$.

2. Laske seuraavat integraalit sijoituksella:

(a) $\int_2^3 x \sqrt{1+x} dx$ (sijoitus $x = t^2 - 1$),

(b) $\int_1^2 \frac{x}{x^4+1} dx$ (sijoitus $x = \sqrt{t}$).

3. Laske käyräintegraali

$$\int_{\Gamma} xy dx + \frac{1}{x^2+3} dy,$$

kun Γ on parabelin $y = x^2$ kaari pisteestä $(0, 0)$ pisteeseen $(2, 4)$.

4. Laske käyräintegraali $\int_{\Gamma} (y^2 - y) dx + x dy$, kun Γ on jana pisteestä $(1, 2)$ pisteeseen $(-3, 0)$. (Vihje! Kahden pisteen välisen janan parametriesitys löytyy luvusta 4.)

5. Olkoot $a > 0$ ja $b > 0$. Laske käyräintegraali $\int_{\Gamma} xy dx + 2 dy$, kun Γ on se ellipsin

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

kaari pisteestä $(a, 0)$ pisteeseen $(-a, 0)$, joka sijaitsee ylemmässä puolitasossa. (Vihje! Ko. ellipsille kannattaa yleensä käyttää parametriesitystä $x = a \cos t$, $y = b \sin t$.)

6. Olkoot $a > 0$ ja $b > 0$. Laske käyräintegraali

$$\int_{\Gamma} z dx + yz dz,$$

kun Γ on parametriesityksen $\varphi : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbf{R}^3$, $\varphi(t) = (a \cos t, a \cos t, \sin t)$, määräämä suunnattu kaari.

7. Anna parametriesitykset kaarelle $-\Gamma$ tehtävien 3 ja 5 tapauksissa.