

**Analyysi II**  
**Harjoitus 12/2004**

1. Laske käyrän  $y = x^{\frac{3}{2}}$  pituus, kun  $x \in [0, 4]$ .

2. Määrää sykloidin

$$\begin{cases} x(t) = t - \sin t \\ y(t) = 1 - \cos t \end{cases}$$

pituus parametrivälillä  $t \in [0, 4\pi]$ .

3. Oletetaan, että hiukkasen paikka ajan  $t$  funktiona noudattaa sääntöä

$$\begin{cases} x(t) = 2t^2 \\ y(t) = t^3. \end{cases}$$

Kuinka pitkän matkan hiukkanen kulkee aikavälillä  $t \in [0, 1]$ ?

4. Olkoon napakoordinaatteina annetun tasokäyrän  $\Gamma \subset \mathbf{R}^2$  parametriesitys

$$\begin{cases} x(\varphi) = r(\varphi) \cos \varphi \\ y(\varphi) = r(\varphi) \sin \varphi, \end{cases}$$

missä  $\varphi \in [\alpha, \beta]$ . Osoita, että käyrän  $\Gamma$  pituus  $l$  saadaan kaavasta

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r(\varphi)^2 + r'(\varphi)^2} d\varphi.$$

5. Laske napakoordinaatteina annetun logaritmisen spiraalin

$$r(\varphi) = e^{-a\varphi}$$

parametriväliä  $\varphi \in [0, \alpha]$  vastaavan osan pituus, kun  $a > 0$  ja  $\alpha > 0$ .

6. Laske  $\iint_R (x^2y - 2xy) dx dy$ , kun  $R = [0, 3] \times [0, 2]$ .

7. Laske  $\iint_R 2x^3(4 - 3y^2) dx dy$ , kun  $R = [0, 2] \times [0, 3]$ .

**Huom!** Vapunaattona 30.4 ei ole luentoa.