

## Analyysi III

### 1. harjoitus 2003

1. Osoita Määritelmän 1.1. nojalla, että jono  $(x_n)$  suppenee, kun

$$x_n = \frac{2}{n^3}.$$

2. Osoita Määritelmän 1.1. nojalla, että jono  $(x_n)$  suppenee kohti raja-arvoa 2, kun

$$x_n = \frac{2n^2 + n + 1}{n^2 - 3}.$$

3. Osoita, että jono  $(1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{3}, 1, \frac{1}{4}, 1, \frac{1}{5}, 1, \dots)$  hajaantuu.

4. Olkoon  $x_n = 1 - n^{(-1)^n}$ . Suppeneeko jono  $(x_n)$ ?

5. Olkoon  $x_n = \sin(n + \frac{1}{2})\pi$ . Suppeneeko jono  $(x_n)$ ? Suppeneeko osajono

$$(y_k) = (x_{n_k}),$$

kun a)  $n_k = 2k$ , b)  $n_k = 3k$ , c)  $n_k = k^2$ , d)  $n_k = 2^k$ ?

6. Laske

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^4 - n^2 + 3}{-3n^4 - n^3 + 2}.$$

7. Laske

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left[ \left( 3 + \frac{1}{n^4} \right)^5 + 2 \right].$$