Analyysi III
4. harjoitus 2003

1. Osoita, että sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$$

suppenee, kun $0 \leq x < 1$, ja hajaantu, kun $x \geq 1$.

2. Oletetaan, että positiiviterminen sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n$$

suppenee. Osoita, että myös sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2$$

suppenee.
(Ohje: Oletuksesta seuraa, että suurilla n:n arvoilla $x_n < 1$ (miksi?). Vertaile lukuja x_n ja x_n^2.)

3. Tutki sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+10}$$

suppenemista.

4. Tutki sarjan

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$$

suppenemista.

5. Tutki seuraavien sarjojen suppenemista

$$\text{a)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3-2}}, \quad \text{b)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^2+1}.$$

6. Tutki sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+x^{2n}}$$

suppenemista.