

## Analyysi III

### 5. harjoitus 2003

1. Tutki sarjojen

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n (\ln n)^{-1}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(n\pi)}{n}, \text{ c) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{\ln n}$$

suppenemista.

2. Kerro Cauchy'n kertosäännön avulla sarjat

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad \text{ja} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n,$$

kun  $0 \leq x < 1$ . Mikä on saadun sarjan summa?

3. Tutki sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n + \frac{1000}{n}}}$$

suppenemista.

4. Arvioi, kuinka monta termiä sarjasta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

on otettava, että pisteessä  $x = -1/4$  saataisiin likiarvo, jonka virhe on enintään  $10^{-2}$ .

5. Tutki seuraavista sarjoista, suppenevatko ne itseisesti, tavallisessa mielessä vai hajaantuvatko ne

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{1 + \sqrt{n}}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n+1}}, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3+n}{5+n}.$$

6. Tutki seuraavista sarjoista, suppenevatko ne itseisesti, tavallisessa mielessä vai hajaantuvatko ne

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \left(\frac{1}{2}\right)^n, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} (-5)^{-n}, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1+n}{n^2}.$$