

Analyysi III
10. harjoitus 2003

1. Osoita, että sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^x}$$

suppenee tasaisesti arvoilla $x \geq m > 0$.

2. Osoita, että sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\sin x \cos x)^n$$

suppenee tasaisesti \mathbb{R} :ssä.

3. Osoita, että sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + n) \left(\frac{x}{3}\right)^n$$

suppenee tasaisesti välillä $[-2, 2]$.

4. Johda funktiolle $\arctan x$ välillä $] -1, 1[$ voimassa oleva sarjakehitelmä lähtemällä sen derivaatan kehitelmästä.

5. Olkoon $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx}$. Laske $\int_1^2 f(x) dx$.

6. Mikä on sarjan $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ suppenemissäde, kun

a) $a_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n n^2 (2n^3 + 2)$, b) $a_n = \frac{n^5 3^n}{n!}$.