

Analyysi III

4. harjoitus 2004

1. Laske

$$\int_1^2 x \, dx$$

välin $[1, 2]$ tasavälisiin jakoihin liittyvien Riemannin summien avulla.

2. Osoita induktiolla, että

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

3. Laske

$$\int_0^1 x^2 \, dx$$

välin $[0, 1]$ tasavälisiin jakoihin liittyvien Riemannin summien avulla.

4. Olkoon f välillä $[0, 1]$ määritelty jatkuva funktio. Mikä on lausekkeen

$$\frac{f(\frac{1}{n}) + f(\frac{2}{n}) + \dots + f(\frac{n-1}{n}) + f(1)}{n}$$

raja-arvo, kun $n \rightarrow \infty$?

5. Laske $G'(2)$, kun

$$G(x) = 3x \int_4^{x^2} e^{-\sqrt{t}} \, dt.$$

6. Laske integraalilaskennan väliarvolauseen avulla

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+2} \arctan x \, dx.$$