

Analyysi III
6. harjoitus 2004

1. Laske jonon (x_n) raja-arvo, kun

$$a) x_n = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n, \quad b) x_n = \frac{\ln(n+1)}{n^{\frac{1}{3}}}.$$

2. Määritä

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n)^{\frac{1}{n}}.$$

3. Tutki sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$$

suppenemista hajottamalla sarjan termit kolmeen osaan.

4. Esitä kahden kokonaisluvun osamääränä

$$a) 0, \overline{234} = 0,234234234\dots, \quad b) 1, \overline{24123} = 1,24123123123\dots$$

5. Tutki sarjan

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sin^n x \cos^n x$$

suppenemista ja määrää sen summa.

6. Tutki seuraavien sarjojen suppenemista

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} n \sin\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi.$$