

Analyysi III
8. harjoitus 2004

1. Tutki sarjojen

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^n}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

suppenemista.

2. Tutki sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$$

suppenemista.

3. Millä x :n arvoilla sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} n^3(3x+1)^{4n}$$

suppenee?

4. Kerro Cauchy'n kertosäännön avulla sarjat

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n \quad \text{ja} \quad \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n,$$

kun $0 \leq x < 1$. Mikä on saadun sarjan summa?

5. Arvioi, kuinka monta termiä sarjasta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$$

on otettava, että pisteessä $x = -1/6$ saataisiin likiarvo, jonka virhe on enintään 10^{-3} .

6. Tutki seuraavista sarjoista, suppenevatko ne itseisesti, tavallisessa mielessä vai hajaantuvatko ne

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{1+\sqrt{n}}, \text{ b) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n+1}}, \text{ c) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3+n}{5+n}.$$