

Analyysi III

11. harjoitus 2004

1. Osoita, että sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin x}{x^n}$$

suppenee tasaisesti väleillä $[a, \infty[$, kun $a > 1$.

2. Osoita, että sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n(1+x^2)}$$

suppenee tasaisesti \mathbb{R} :ssä.

3. Osoita, että sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^2 + n) \left(\frac{x}{3}\right)^n$$

suppenee tasaisesti välillä $[-2, 2]$.

4. Johda funktiolle $\overline{\arctan} x$ välillä $] -1, 1[$ voimassa oleva sarjakehitelmä lähtemällä sen derivaatan kehitelmästä.

5. Olkoon $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n e^{-nx}$. Laske $\int_1^2 f(x) dx$.

6. Sarja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-2)^n$ hajaantuu, kun $x = -2$ ja suppenee, kun $x = 6$. Millä x :n arvoilla sarja suppenee ja millä hajaantuu?