

**Analyysi III**  
**12. harjoitus 2004**

1. Mikä on sarjan

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  suppenemissäde, kun

a)  $a_n = \frac{(n!)^2}{(2n)!}$ ,    b)  $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ .

2. Mikä on sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2^n}{n} + \frac{3^n}{n^2} \right) (x-1)^n$$

suppenemisväli?

3. Määritä sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

summa potenssisarjan integrointia koskevan lauseen avulla.

4. Osoita, että integraali

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx$$

suppenee ja laske sen arvo.

5. Millä  $s$ :n arvoilla integraali

$$\int_0^1 \frac{\sin^4 x}{x^s} dx$$

suppenee?

6. Millä  $s$ :n arvoilla

$$\int_1^{\infty} \frac{x^s}{1+x^2} dx$$

suppenee?

7. Laske

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx.$$

8. Osoita, että  $\int_1^{\infty} e^{-x^2} dx$  suppenee.