

Differentiaaliyhtälöt, syksy 2000, laskuharjoitus 4

1. Ratkaise tehtävä $x' = xt + t^2 \sin(t)$, $x(0) = 1$ sarjojen avulla. Laske suppenemissäde suhdetestin avulla.
2. Laske 3 ensimmäistä termiä tehtävän $x' = \sin(tx)$, $x(0) = \pi/2$ sarjaratkaisusta.
3. Ratkaise seuraavat tehtävät

- $x' = x^3$, $x(0) = 1$
- $x' = t/(x - 2)$, $x(-1) = 0$

Millä t :n arvoilla ratkaisut on määritelty? Miten ratkaisu käyttäytyy kun lähestytään määrittelyalueen reunaa?

4. Totea, että $x_1(t) = 1 + t^2$ on seuraavan difyhtälön ratkaisu.

$$x' = -x^2 + x + 2t^2x + 2t - t^2 - t^4$$

Olkoon x_2 ratkaisu joka toteuttaa alkuehdon $x_2(0) = x_0 < 1$. Voidaanko päätellä että $x_2(t) < x_1(t)$ kaikilla t ? Miksi?

5. Oletetaan että sadepisara on täysin pyöreä, ja että sen tilavuuden muutoksenopeus on verrannollinen sen pinta-alaan. Tilavuus siis kasvaa, jos ilman kosteus on riittävän iso, ja vähenee, jos kosteus on pieni. Minkä difyhtälön saat tilavuudelle? Ratkaise difyhtälö. Onko ratkaisu yksikäsitteinen? Voisitko vastata edelliseen kysymykseen pelkästään tehtävän fysikaalisen luonteen perusteella?