

Differentiaaliyhtälöt, syksy 2000, laskuharjoitus 1

1. Hahmottele (t, x) – tasoon seuraavien difyhtälöitten suuntakenttiä.

- $tx'(t) = 2x(t)$
- $x' = x^2 - t^2 - 1$
- $x' = t(x + 1)/(t^2 + 1)$

2. Ratkaise muuttujien erotuksella seuraavat difyhtälöt.

- $x' = tx$
- $x' = e^{-x}$
- $x' = t/x$

Ovatko saamasi ratkaisut määritelty kaikilla t :n arvoilla?

3. Mitkä ovat seuraavien difyhtälöitten tasapainopisteet? Luokittele tasapainopisteet (nielu, lähde vai ei kumpikaan näistä). Hahmottele tämän avulla ratkaisuja.

- $x' = x - x^3$
- $x' = x^4 - x^3 - 2x^2$

4. Drag Race. Leena ja Pertti ajavat kiihdytysautoilla kilpaa. Pysähdyksistä lähtien kumpikin etenee vakiokiihtyvyydellä. ¹ Pertti taittaa neljänneksen matkasta kolmessa sekunnissa kun taas Leena kolmanneksen neljässä sekunnissa. Kumpi voittaa ja kuinka suurella aikaerolla?

¹Kiihtyvyys on nopeuden derivaatta ja nopeus on ajetun matkan derivaatta.