

## Differentiaaliyhtälöt, syksy 2000, laskuharjoitus 7

Tämä harjoitus kuuluu vielä ensimmäiseen välikokeeseen, joka siis on keskiviikkona 15. 11 klo 8 – 10, sali M1.

1. Tarkastellaan seuraavia systeemeitä.

$$\begin{array}{ll} (i) \quad \begin{cases} x'_1 = -x_1 \\ x'_2 = x_2 - 1 \end{cases} & (ii) \quad \begin{cases} x'_1 = x_1^2 - 1 \\ x'_2 = x_2 \end{cases} \\ (iii) \quad \begin{cases} x'_1 = x_1 + 2x_2 \\ x'_2 = -x_2 \end{cases} & (iv) \quad \begin{cases} x'_1 = 2x_1 \\ x'_2 = x_2 \end{cases} \\ (v) \quad \begin{cases} x'_1 = x_1 \\ x'_2 = 2x_2 \end{cases} & (vi) \quad \begin{cases} x'_1 = x_1 - 1 \\ x'_2 = -x_2 \end{cases} \\ (vii) \quad \begin{cases} x'_1 = x_1^2 - 1 \\ x'_2 = -x_2 \end{cases} & (viii) \quad \begin{cases} x'_1 = x_1 - 2x_2 \\ x'_2 = -x_2 \end{cases} \end{array}$$

Mitkä näistä systeemeistä vastaa oheisia 4 vektorikenttää?

2. Tarkastellaan seuraavia peto-saalis-malleja.

$$\begin{array}{ll} (i) \quad \begin{cases} x'_1 = 10x_1 - 20x_1x_2 \\ x'_2 = -5x_2 + 5x_1x_2 \end{cases} & (ii) \quad \begin{cases} x'_1 = 10x_1(1 - x_1/10) - 20x_1x_2 \\ x'_2 = -5x_2 + 5x_1x_2 \end{cases} \\ (iii) \quad \begin{cases} x'_1 = 10x_1 - 20x_1x_2 \\ x'_2 = 5x_2(1 - x_2/15) + 5x_1x_2 \end{cases} & (iv) \quad \begin{cases} x'_1 = 10x_1 - 20x_1x_2 - 2x_1 \\ x'_2 = -5x_2 + 5x_1x_2 - x_2 \end{cases} \end{array}$$

Mitkä ovat systeemien tasapainopisteet? Miten tulkitset termin  $5x_2$  systeemissä (iii)? Entä termin  $-x_1^2$  systeemissä (ii)? Tulkitaan termit  $-2x_1$  ja  $-x_2$  systeemissä (iv) kalastukseksi. Mikä on kalastuksen vaikutus tasapainopisteeseen? Tuntuuko tulos intuitiivisesti oikealta?

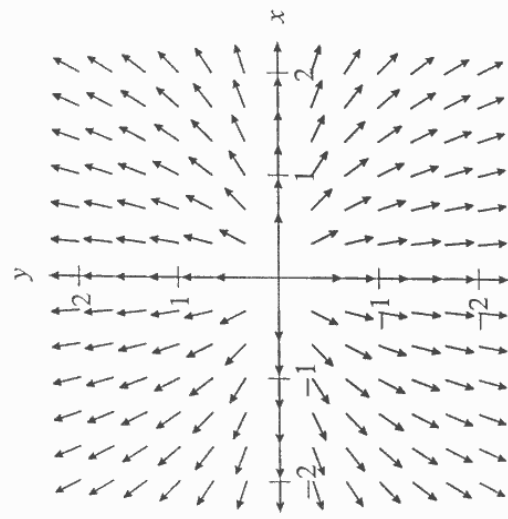
3. Ratkaise tehtävä

$$\begin{cases} x'_1 = -2x_1 \\ x'_2 = x_1 - 3x_2 \\ x_1(0) = 2, x_2(0) = -1 \end{cases}$$

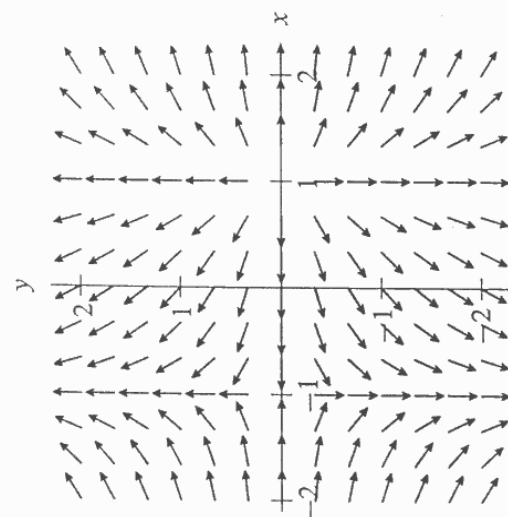
4. Tarkastellaan tehtävää

$$\begin{cases} x'_1 = -x_1 + 5x_2 \\ x'_2 = 2x_1 - 4x_2 \end{cases}$$

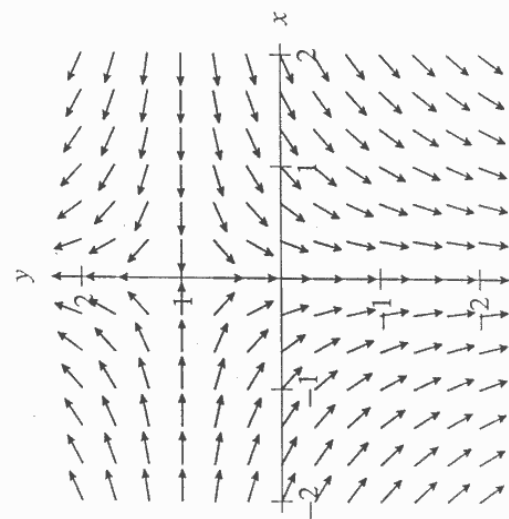
Eliminoimalla muuttujan  $x_2$  saat 2. kertaluvun difyhtälön  $x_1$ :lle. Mikä on tämä difyhtälö? Entä minkä difyhtälön saat  $x_2$ :lle jos eliminoit  $x_1$ :n?



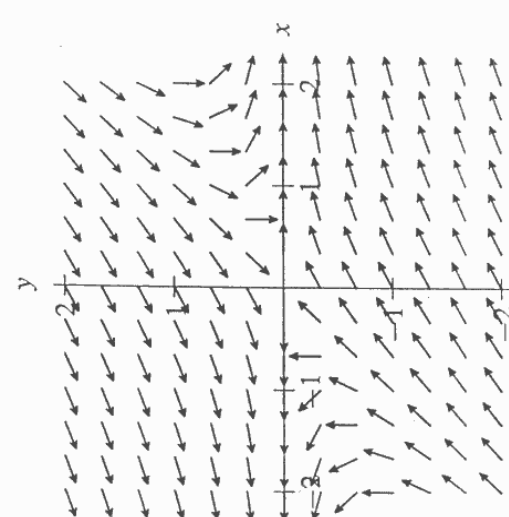
17.



18.



19.



20.