

Differentiaaliyhtälöt sl. 2002

Demot/vko 40

1. Tutki Bernoullin differentiaaliyhtälön

$$y' + \frac{2}{3}xy = xy^4$$

ratkaisuja.

- (a) Ratkaise yhtälö täydellisesti.
- (b) Määrää yhtälön vakioratkaisut.
- (c) Osoita, että $y \rightarrow 0$, kun $x \rightarrow \pm\infty$, ja y ei ole vakioratkaisu.
- (d) Millä integroimisvakion arvoilla ratkaisu on määritelty koko reaaliakselilla?
- (e) Piirrä ratkaisuparven kuva.

2. Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$x^2y' + 2xy - y^3 = 0, \quad y(1) = 1$$

ja piirrä ratkaisukäyrä.

3. Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$y' + 2xy = 2ax^3y^3, \quad y(0) = 1$$

ja piirrä ratkaisukäyrä eri a :n arvoilla. Mitä raja-arvoa ratkaisukäyrä lähestyy, kun $x \rightarrow \pm\infty$ ja (1) $a < 2$, (2) $a = 2$, (3) $a > 2$?

4. Ratkaise täydellisesti Riccatin differentiaaliyhtälö

$$xy' - y^2 + (2x + 1)y = x^2 + 2x.$$

5. Ratkaise Riccatin differentiaaliyhtälö

$$y' = -2 - y + y^2$$

ja tutki ratkaisun kuvaajaa erilaisilla integroimisvakion arvoilla.