

Differentiaaliyhtälöt sl. 2002

Demot/vko 43

1. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y(xy + 1) - xy' = 0$$

ja piirrä ratkaisukäyrien parvi. Minkä tason pisteiden kautta kulkee (a) ei yhtään, (b) yksi, (c) vähintään kaksi ja (d) äärettömän monta ratkaisukäyrää.

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y + (1 - x^2) = xy'$$

integroivan tekijän avulla. Montako ratkaisukäyrää kulkee origon kautta?

3. Olettaen tarpeellisten derivaattojen olemassaolo funktioille f ja g sekä olettaen, että $f(xy) \neq g(xy)$, osoita, että

$$\frac{1}{xy(f(xy) - g(xy))}$$

on yhtälön

$$yf(xy) + xg(xy)y' = 0$$

integroiva tekijä.

4. Ratkaise edellisen perusteella

$$y(x^2y^2 + 2) + x(2 - 2x^2y^2)y' = 0.$$

Mitä ongelmia ratkaisukäyrille voi ilmaantua x - ja y -akseleilla?

5. Etsi differentiaaliyhtälölle

$$y(x^2 + 1) + xy' = 0$$

integroiva tekijä, ratkaise yhtälö täydellisesti ja määrää ratkaisu, joka toteuttaa alkuehdon $y(1) = 1$.