

## Differentiaaliyhtälöt sl. 2002

Demot/vko 47

1. Ratkaise täydellisesti seuraavat differentiaaliyhtälöt

(a)  $y^{(4)} + y''' + y'' = 0$ ,

(b)  $y^{(6)} + 8y^{(4)} + 16y'' = 0$ ,

(c)  $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$ ,

(d)  $y^{(4)} + y' - 1 = 0$ .

(Huom! Laske tarvittaessa karakterisen yhtälön juuret numeerisesti/koneella.)

2. Osoita että funktiot

$$e^{rx}, xe^{rx}, \dots, x^{k-1}e^{rx}, \quad k \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{R},$$

ovat lineaarisesti riippumattomia.

3. Ratkaise seuraavat differentiaaliyhtälöt

(a)  $y'' + xy' = 3x$ ,

(b)  $y'' - \frac{2}{x^2}y = 0$ ,

etsimällä aluksi yksi ratkaisu ja pudottamalla tämän avulla yhtälön kertaluku.

4. Ratkaise seuraavat differentiaaliyhtälöt

(a)  $y'' + 4y' + 4y = xe^{2x}$ ,

(b)  $y'' - y = 3x + e^x$ ,

(c)  $x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3$ .