

Differentiaaliyhtälöt sl. 2002

Demot/vko 50

(Huom! Demot vain to ja pe.)

1. Määrittää seuraavat Laplace-käänteismuunnokset laskemalla ja/tai taulukon avulla ja tarkistaa tulos MAPLElla:

(a) $L^{-1}[1/((s+1)(s^2+1))]$

(b) $L^{-1}[(s+1)/(s^2+3s+5)]$

(c) $L^{-1}[3s^2/(s^2+1)^2]$

(d) $L^{-1}[3s/(s+1)^4]$

2. Ratkaise seuraavat alkuarvot tehtävät Laplace-muunnoksen avulla:

(a) $y'' - y' - 2y = 4t^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4$

(b) $y'' + 2y' + 5y = 3e^{-2t}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$

(c) $y''' + y'' + 4y' + 4y = -2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = -1$

(d) $y'' + y = te^t \sin t, \quad y(0) = y'(0) = 0$

3. Olkoon $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva ja eksponentiaalista kertalukua ja olkoon $a \geq 0$. Osoita, että

$$L\left[\int_a^t f(x)dx\right] = \frac{1}{s}L[f] - \frac{1}{s}\int_0^a f(x)dx.$$

4. Ratkaise sarjakehitelmän avulla (likimääräisesti) alkuarvot tehtävä

$$y'' = x^2 - y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$