

Elementtimenetelmä

Harjoitus 9.

1. Tarkastellaan seuraavaa lineaarista elementtiä. Olkoon kolmion K sivujen keskipisteet p^1, p^2 ja p^3 . Olkoon $v(x) = v(x_1, x_2) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$. Osoita että on olemassa vain yksi mahdollisuus valita a_0, a_1, a_2 siten, että

$$v(p^1) = 1, v(p^2) = v(p^3) = 0.$$

Ohje: Laskut ovat helpompia standardikolmiossa, jonka kärkipisteet ovat $(0, 0), (0, 1), (1, 0)$. Miksi yleinen tapaus seuraa tästä?

2. Tehdään kolmiointi ja käytetään edellisen tehtävän konstruktiota kanta-funktioiden valinnassa: Olkoon p^i kaikki keskipisteet, ja

$$v_k(p^i) = \begin{cases} 1, & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases},$$

v_k rajoitettuna johonkin kolmioon on lineaarinen. Näytä että v_k ei (välttämättä) ole jatkuva.

Ohje: Tarkastele tapausa jossa on vain 2 kolmiota. Piirrä kuvat kantafunktiosta.

3. Olkoon kolmiossa K annettu funktio

$$v(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = 3\lambda_1\lambda_2 + \lambda_3\lambda_1 - 2\lambda_1$$

missä luvut λ_i ovat barysentriset koordinaatit. Piirrä funktion graafi. Onko $v(\lambda) = 0$ jossain K :n pisteessä?

Projektitehtävä

Ratkaise tekemiesi ohjelmien avulla 4. harj. 1. tehtävä ja 5. harj. 2. tehtävä. Esitä ratkaisut graafisesti.