

---

## Funktionaalianalyysi

Demo 3, syksy 2003

---

Tutki, ovatko seuraavat lineaariset kuvaukset jatkuvia, ja jos ovat, arvioi niiden operaattorinormia.

1.  $M_a : (x_k)_{k=1}^{\infty} \mapsto (a_k x_k)_{k=1}^{\infty}$  avaruudesta  $\ell^2$  avaruuteen  $\ell^1$ , kun a)  $a := (k^{-2} + 2)_{k=1}^{\infty}$ ,  
b)  $a := (k^{-\frac{1}{2}})_{k=1}^{\infty}$  (tässä  $a = (a_k)_{k=1}^{\infty}$ ).
2.  $T_2 : C(0, 5) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $T_2 f = f(2)$ . Avaruudessa  $C(0, 5)$  sup-normi.
3. Sama, kun  $C(0, 5)$  on varustettu normilla  $\|f\|_1 := \int_0^5 |f(t)| dt$ .
4. a)  $Tf(t) := \int_0^1 \frac{t}{(1-s)^{\frac{1}{2}}} f(s) ds$  avaruudesta  $L^3(]0, 1[)$  avaruuteen  $L^\infty(]0, 1[)$ ,  
b)  $Tf(t) := \int_{-1}^1 e^{-(t-s)} f(s) ds$  avaruudesta  $L^1(]-1, 1[)$  avaruuteen  $C(-1, 1)$ . ( $t \in [-1, 1]$ ).
5. Onko seuraavilla operaattoreilla käänteiskuvausta:  
a)  $C_\varphi : C(0, 1) \rightarrow C(0, 1)$ ,  $C_\varphi f(t) = f(\varphi(t))$ ,  $\varphi(t) = t^2$ ,  
b) sama, mutta  $\varphi(t) = \frac{1}{2}t$ .