

---

## Geometria

### 1. harjoitustehtävät

---

1. Tarkastellaan koordinaattiakseleita  $\ell_j = \{X \mid X = (x_1, x_2), x_j = 0\}$ ,  $j = 1, 2$ . Osoita, että suorat  $\ell_1$  ja  $\ell_2$  ovat konkurrentteja. Esitä suorat muodossa  $\ell_j = P_j + [v_j]$  siten, että  $P_1 \neq P_2$ . Osoita, että  $\langle v_1, v_2 \rangle = 0$  esitysmuodosta riippumatta.
2. Olkoot  $P$  ja  $Q$  kaksi eri pistettä ja  $\ell$  jokin pisteiden  $P$  ja  $Q$  kautta kulkeva suora. Osoita, että  $\ell = \overleftrightarrow{PQ}$ .
3. Olkoot  $P$ ,  $Q$  ja  $X$  kolme eri pistettä,  $t > 1$  tai  $t < 0$  sekä

$$\begin{cases} d(X, P) = |t|d(P, Q) \\ d(Q, X) = |1 - t|d(P, Q). \end{cases}$$

Osoita, että  $X = P + t(Q - P)$ .

4. Oletetaan, että  $X = (1 - t)P + tQ$ ,  $0 < t < 1$ . Osoita, että

$$\frac{d(P, X)}{d(X, Q)} = \frac{t}{1 - t}.$$

Etsi piste  $X$ , joka jakaa janan  $PQ$  suhteessa  $r : s$ . Sovella tulosta tapaukseen, jossa  $r = 2$ ,  $s = 3$ ,  $P = (-3, 5)$  ja  $Q = (8, 4)$ .

5. Olkoon  $\ell = P + [v] = Q + [w]$ . Miten  $P$ ,  $Q$ ,  $v$  ja  $w$  riippuvat toisistaan?
6. Olkoot  $x$  ja  $y$  kaksi vektoria siten, että  $|x + y| = |x| + |y|$  ja  $|x||y| \neq 0$ . Osoita, että  $x = cy$  jollekin  $c > 0$ .