**Geometria**
4. harjoitustehtävät

1. Olkoot $X_1 = (1, \sqrt{3})$, $X_2 = (2, 0)$ ja $X_3 = (-1, \sqrt{3})$. Muodosta peilaus $\Omega_\ell$, jolle
$$\{X_1, X_2, X_3\} = \{\Omega_\ell(X_1), \Omega_\ell(X_2), \Omega_\ell(X_3)\}.$$

2. Todista tarkasti: Kaksi ympyrää voi leikata toisensa korkeintaan kahdessa pisteessä. Ympyröiden keskipisteet ovat leikkauspisteiden määräämän janan keskinormaalilla.

3. Olkoot $X_1 = (-2, 6)$, $X_2 = (-5, 6)$, $X_3 = (-5, 2)$ sekä $Y_1 = (2, 6)$, $Y_2 = (2, 3)$, $Y_3 = (-2, 3)$. Oletetaan tunnetuksi, että on olemassa isometria $T : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$, jolle $T(X_i) = Y_i$, $i = 1, 2, 3$. Muodosta Lauseen 6.3 todistuksen peilaukset $\Omega_{\ell_i}$, joille $T = \Omega_{\ell_3} \circ \Omega_{\ell_2} \circ \Omega_{\ell_1}$. Tutki tämän esimerkin avulla Lauseen 6.3 todistuksen aukottomuutta. Piirrä kuva.

4. Olkoot $P = (2,\ 3)$ ja $Q = (4,\ 6)$ ja $X = (10/3,\ 5)$.

   a) Esitä $X$ muodossa $X = tP + (1 - t)Q$.

   b) Olkoon $T$ isometria, jolle $T(P) = (0, 0)$ ja $T(Q) = (\sqrt{13}, 0)$. Mitä on $T(X)$?

5. Isometria $T : \mathbb{E}^2 \to \mathbb{E}^2$ tulee määritellyksi, kun annat pisteiden $(0, 0)$, $(1, 0)$ ja $(0, 1)$ kuvapisteet. Millainen ehto näiden kuvapisteiden tulee täyttää? Määrittele isometria tällä tavalla. Miten pelkästään harppia käyttämällä voit löytää mielivaltaisen pisteen $X$ kuvan $T(X)$ yksikäsitteisellä tavalla?

6. Olkoon $v = (\sqrt{3}, 1)$. Muodosta suorat $\alpha$ ja $\beta$ siten, että $v$ on siirron $\Omega_\alpha \circ \Omega_\beta$ siirtovektori. Millä eri tavoilla suorat $\alpha$ ja $\beta$ voidaan valita? Jos $\Omega_\alpha \circ \Omega_\beta$ on siirto pitkin suoraa $\ell$, niin mitä voit sanoa suoran $\ell$ yhtälöstä?