Geometria
8. harjoitustehtävät

Piste Y on suoralla $\overleftrightarrow{PQ}$, jos ja vain jos $Y = (1-s)P + sQ$ jollekin $s \in \mathbb{R}$.

1. Olkoon $R \notin \overleftrightarrow{PQ}$, $\lambda + \mu + \nu = 1$ ja $0 < t < 1$. Osoita: Jos $\nu > 0$, niin piste

$$Y = (1-t)(\lambda P + \mu Q + \nu R) + tR$$

   ei ole suoralla $\overleftrightarrow{PQ}$.

2. Oletetaan $\nu < 0$. Osoita, että $Y \in \overleftrightarrow{PQ}$, jos ja vain jos $t = \nu/(\nu - 1)$.

3. Olkoon ℓ suora sekä R ja R' kaksi pistettä siten, että $RR' \cap \ell = \emptyset$. Osoita, että ℓ ja R määräävät saman puolitason kuin ℓ ja R'.

4. Olkoon ℓ suora ja $R \notin \ell$. Osoita, että $\Omega_\ell(R)$ ei ole ℓ:n ja R:n määräämässä puolitasossa.

5. Olkoot $\mathcal{A}$ ja $\mathcal{B}$ kaksi kulmaa, joilla on sama radiaanimitta. Osoita, että kulmat $\mathcal{A}$ ja $\mathcal{B}$ ovat kongruentteja eli yhteneviä.

6. Olkoot $P = (3,2)$, $Q = (-1,-2)$, $R = (4,1)$ ja $O = (0,0)$. Esitä O muodossa

$$O = \lambda P + \mu Q + \nu R, \qquad \lambda + \mu + \nu = 1.$$

7. Olkoot P, Q ja R kolme ei-kollineaarista pistettä ja $X = \lambda P + \mu Q + \nu R$, $\lambda + \mu + \nu = 1$.

   a) Olkoon T siirto. Osoita, että

$$T(X) = \lambda T(P) + \mu T(Q) + \nu T(R).$$

   b) Olkoon T kierto origon ympäri tai peilaus origon kautta kulkevassa suorassa. Osoita, että

$$T(X) = \lambda T(P) + \mu T(Q) + \nu T(R).$$

   c) Olkoon T isometria. Osoita, että

$$T(X) = \lambda T(P) + \mu T(Q) + \nu T(R).$$

   (Vrt. Lauseen 11.4. todistus.)