

---

## Geometria

### 10. harjoitustehtävät

---

1. Todista yhtenevyyslauseet  $KSK$  ja  $KKS$ .
2. Todista: Jos suorakulmaisessa kolmiossa kaksi sivua tai yksi sivu ja toinen terävä kulma ovat yhtä suuret kuin vastaavat osat toisessa suorakulmaisessa kolmiossa, niin kolmiot ovat yhtenevät.
3. Todista: Kolmion sivujen keskinormaalit leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka on kolmion ympäri piirretyn ympyrän keskipiste.
4. Todista: Kolmion kulmien puolittajat leikkaavat toisensa samassa pisteessä, joka on kolmion sisällä. Tämä piste on kolmion sisään piirretyn ympyrän keskipiste.
5. Todista: Tylppäkulmaisen kolmion tylpän kulman vastainen sivu on pitempi kuin molemmat muut sivut. (Vastaava tulos suorakulmaiselle kolmiolle seuraa jo Pythagoraan lauseesta.)
6. Todista seuraava Heronin lause: Olkoon  $\ell$  suora sekä  $A$  ja  $B$  kaksi eri pistettä, jotka ovat samalla puolella suoraa  $\ell$ . Olkoon  $X$  suoran  $\ell$  mielivaltainen piste. Osoita, että lauseke  $|A - X| + |B - X|$  saavuttaa absoluuttisen miniminsä, kun suoralle  $\ell$  pisteeseen  $X$  piirretty normaali puolittaa kulman  $\sphericalangle AXB$ .