

## Johdatus signaaleihin, matematiikan osuus

### Harjoitus 3.

1. Olkoon

$$\begin{aligned}x &= (\dots, 0, 1, -2, 3, 4, 7, 0, \dots) \\y &= (\dots, 0, 2, 5, -3, 1, 4, 8, 0, \dots)\end{aligned}$$

a) Laske  $x * y$  (konvoluutio)

b) Olkoon

$$\begin{aligned}p(z) &= 1 - 2z + 3z^2 + 4z^3 + 7z^4 \\q(z) &= 2 + 5z - 3z^3 + z^3 + 4z^4 + 8z^5\end{aligned}$$

Laske  $pq$ .

2. Seuraavassa tarkastellaan suotimia  $y_n = \sum_{k=0}^N h_k x_{n-k}$  ja taajuusvaste-funktiota

$$H(\omega) = \sum_{k=0}^N h_k e^{-i\omega k} = |H(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}$$

missä  $|H(\omega)|$  on suotimen vahvistus ja  $\varphi$  vaihe. Sanotaan, että suodin on

a) symmetrinen, jos

$$h_k = h_{N-k}, \quad 0 \leq k \leq N$$

b) antisymmetrinen, jos

$$h_k = -h_{N-k}, \quad 0 \leq k \leq N$$

Mikä on symmetrisen suotimen vaihe jos  $N = 8$ .

3. Olkoon

$$h_k = \begin{cases} \frac{1}{2}, & k = 0, 1 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}$$

Siis  $y_n = h_0 x_n + h_1 x_{n-1}$  eli  $y = h * x$ . Olkoon  $z = h * h * h * h * x$ . Esitä  $z$  muodossa  $z = m * x$ . Mikä on  $m$ :n vaihesiirtofunktio  $M(\omega)$  ja mikä yhteys sillä on  $H(\omega)$ :n kanssa?

4. Tutustu MATLABin komentoon `freqz` ja tutki sen avulla seuraavien suotimien vahvistusta ja vaihetta:

a)  $y_n = \frac{1}{3}x_n + \frac{1}{3}x_{n-1} + \frac{1}{3}x_{n-2}$

b)  $y_n = \frac{1}{4}x_n - \frac{1}{2}x_{n-1} + \frac{1}{4}x_{n-2}$

c) symmetrinen suodin,  $N = 5$

d) antisymmetrinen suodin,  $N = 6$

e) pohdi saiko ylläolevissa tapauksissa yli- vai alipäästösuotimen, vai ei kumpaakaan

f) valitse kertoimet satunnaisesti