
Metriset avaruudetDemo 7, kevät 2003

1. Yhtälön $x = \frac{1}{10} + 2x^2$, missä $x \in \mathbb{R}$, osaat ratkaista suoraan 2. asteen yhtälön ratkaisukaavalla. Miten voit löytää yhden ratkaisun kontraktiokuvauslauseen avulla?
2. Tutki samoin yhtälöä $x = 10 + 2x^2$. Miksi kontraktiokuvauslause ei nyt tepsii?
3. Ratkaise integraaliyhtälö

$$f(t) + \frac{1}{100} \sin t = \int_{-5}^5 e^{-100|t|-100|s|} f(s)^2 ds$$

kiintopistelauseen avulla, vrt. Demo 6, 3b).

4. Tutki Lauseen 3.13. soveltamista integraaliyhtälöön

$$f(t) + e^{-t^2} = \int_0^1 \frac{1}{10 + (t-s)^2} \frac{f(s)}{1 + f(s)^2} ds.$$

5. Ratkaako Volterran integraaliyhtälö

$$f(t) = \int_0^t e^{-t^2+s^2} f(s) ds + 100e^t,$$

kun f on määritelty välillä $[0, 100] \subset \mathbb{R}$?