
Metriset avaruudet

Demo 6, kevät 2004

1. Osoita, että integraaliyhtälöllä

$$\int_0^1 \frac{1}{3 + |t - s|} f(s) ds + \sin t + f(t) = 0$$

on yksikäsitteinen ratkaisu (välillä $[0, 1]$ jatkuva funktio f).

2. Osoita, että integraaliyhtälöllä

$$f(t) + e^{-|t|} = \int_{-5}^5 e^{-100|t| - 100|s|} f(s) ds$$

on yksikäsitteinen, välillä $[-5, 5]$ jatkuva funktio f , ratkaisuna.

3. Yhtälön $x = \frac{1}{10} + 2x^2$, missä $x \in \mathbb{R}$, osaat ratkaista suoraan 2. asteen yhtälön ratkaisukaavalla. Miten voit löytää yhden ratkaisun kontraktiokuvauslauseen avulla?
4. Tutki samoin yhtälöä $x = 10 + 2x^2$. Miksi kontraktiokuvauslause ei nyt tepsii?
5. Ratkaise integraaliyhtälö

$$f(t) + \frac{1}{100} \sin t = \int_{-5}^5 e^{-100|t| - 100|s|} f(s)^2 ds$$

kiintopistelauseen avulla, vrt. Demo 5, 5b).